

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЦЕНТР ОБРАЗОВАНИЯ «ПЕРСПЕКТИВА»

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА  
«ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС ПО РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ И  
ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ»

для учащихся **11 классов**

Срок реализации – **1 год**

Направленность программы – **естественнонаучная**

Уровень программы – **базовый**

Составитель: Михайленко Л.В.  
педагог дополнительного образования

Принята на заседании  
Педагогического совета  
Протокол от 24.09.2019 № 1

Утверждена приказом от 26.09.2019 № 205

Директор  С.В. Антонюк



Зеленогорск  
2019г.

## Пояснительная записка

**Актуальность** программы определяется, прежде всего, тем, что математика является опорным предметом, обеспечивающим изучение на современном уровне ряда других дисциплин, как естественных, так и гуманитарных. Объединение дополнительного образования по математике педагогически целесообразно, так как у многих обучающихся снижен познавательный интерес к предмету. В дополнительном образовании есть возможность индивидуализировать процесс обучения, показать нестандартные способы решения заданий, рассмотреть задачи повышенного уровня сложности, вопросы, связанные с историей математики, углубить знания по отдельным темам школьного курса. Программа способствует развитию математических способностей учащихся, логического мышления, расширяет кругозор.

**Цель** данной программы – сформировать у обучающихся целостное представление об изучаемом предмете - математике. Показать универсальность математических законов, приемов, методов при решении разноплановых математических задач, а также помочь в выборе образовательной траектории после окончания школы.

### **Задачи:**

1. Сформировать навыки применения математических знаний при решении задач различной сложности;
2. Способствовать развитию алгоритмического мышления учащихся;
3. Формировать навыки самостоятельной работы;
4. Формировать навыки работы со справочной литературой;
5. Подготовить учащихся к решению тестовых и олимпиадных заданий.

Особенность программы заключается в последовательности подачи материала. Программа разбита на относительно независимые друг от друга модули, что позволяет учащимся подключаться к изучению программы в середине учебного года, что особо актуально для системы дополнительного образования. Предполагается отработка одних и тех же приемов, методов многократно, но на различном материале: построение и преобразование различных графиков, решение неравенств и систем неравенств, совокупностей неравенств, решение задач с параметрами определенного типа, но с различными функциями, и т.д. Программа предназначена для школьников, планирующих связать свое будущее с точными науками инженерией.

Основные принципы построения методической подготовки к решению тестовых и олимпиадных заданий:

1. Тематический принцип подготовки «по спирали» — от простых типовых заданий до заданий повышенной сложности.
2. На этапе подготовки тематический тест должен быть выстроен в виде логически взаимосвязанной системы, где из одного вытекает другое, т.е. правильно решенное предыдущее задание готовит понимание смысла следующего;

3. Все тренировочные тесты следует проводить в режиме «теста скорости», т.е. с жестким ограничением времени.

4. Принцип максимализации нагрузки, как по содержанию, так и по времени для всех обучающихся в равной мере. Это необходимо, поскольку тест по определению требует ставить всех в равные условия и предлагает объективный контроль результатов.

Форма занятий – комбинированные занятия, предполагающие изучение нового материала, в небольшом объеме на каждом занятии, самостоятельную работу, работу в малых группах, коллективное обсуждение, оформление основного результата занятия. По окончании каждого модуля проводятся зачетные занятия в различных формах: тестирование, индивидуальное собеседование, отчет о выполнении индивидуальных творческих заданий.

В целях адаптации к успешному обучению в ВУЗе, отдельные темы изучаются следующем режиме: дается большой блок материала в лекционной форме, затем проводятся семинарские занятия и выполняется зачетное индивидуальное задание. Таким образом, школьники получают представление об особенностях подачи материала в высших учебных заведениях, выработать новые для себя способы учебной работы.

Программа включает модуль «Подготовка одаренных детей к олимпиадам», направленный на методический анализ заданий всероссийской олимпиады школьников и вузовских олимпиад по математике.

Режим занятий – 1 раз в неделю по 1 учебным часам, всего 36 часов в год.

Оптимальная наполняемость группы: 12-15 человек.

Направленность образовательной программы – естественно-научная.

### Учебно – тематический план

№	Тема	кол-во часов			
		всего	теория	практика	консультации
1	Линейная функция, модуль.	6	3	3	2
2	Квадратичная функция.	4	2	2	2
3	Дробно-линейная и дробно-рациональные функции.	4	2	2	2
4	Тригонометрия.	6	3	3	3
5	Показательная функция.	4	2	2	2
6	Логарифмическая функция.	6	3	3	3
7	Текстовые задачи	4	2	2	3
8	Тождественные преобразования.	6	3	3	3
9	Уравнения и системы уравнений.	6	3	3	3
10	Неравенства.	6	3	3	3
11	Последовательности.	4	2	2	2
12	Исследование функций и построение их графиков.	4	2	2	2
13	Интеграл.	6	3	3	3
14	Векторы и метод координат.	6	3	3	3

		72	36	36	36
--	--	----	----	----	----

## Содержание программы

### Модуль 1. Линейная функция, модуль.

1. Линейная функция  $y=kx+b$ . График функции. Возрастание и убывание. Частные случаи:  $k=0$  (четная функция),  $b=0$  (нечетная функция). Число решений линейного уравнения, в зависимости от  $k$  и  $b$ . Введения понятия «параметр». Системы линейных уравнений. Геометрическая интерпретация решений системы уравнений. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
2. Линейные неравенства. Равносильность неравенств. Множество решений неравенства. Системы неравенств – пересечение множеств. Совокупность неравенств – объединение множеств. Линейные неравенства с двумя переменными.
3. Модуль числа, модуль функции. Графики линейных функций, содержащих знак модуля. Преобразования графиков: сдвиг, растяжение, отражение.
4. Решение линейных уравнений, содержащих знак модуля.
5. Решение линейных неравенств, содержащих знак модуля.
6. Решение линейных уравнений и неравенств со знаком модуля и параметром.
7. Тренинг по решению задач.
8. Зачет по теме.

### Модуль 2. Квадратичная функция.

1. Квадратный трехчлен. Квадратное уравнение. Квадратичная функция, свойства функции. Положение параболы на координатной плоскости, в зависимости от параметров. Число корней квадратного уравнения в зависимости от параметров. Выделение полного квадрата и преобразование графиков (сдвиг).
2. Теорема Виета. Введение понятия симметрического многочлена  $P(x, y)$ , сводимого к виду  $Q(s,t)$ , где  $s= x+y$ ,  $t= xy$ . Повторение формул сокращенного умножения и решение задач с применением теоремы Виета.
3. Системы симметрических уравнений. Использование замены  $s= x+y$ ,  $t= xy$ .
4. Однородные многочлены двух переменных. Системы уравнений с одним однородным уравнением. Замена  $y= tx$ .
5. Уравнения высших степеней, сводимые к квадратному, с помощью замены переменной. Возвратные уравнения (замена  $x+1/x=z$ )
6. Неравенства и системы неравенств, содержащие квадратичную функцию. Метод интервалов.
7. Использование свойств квадратичной функции при решении задач с параметрами (задачи о расположении корней квадратного уравнения в определенном интервале)
8. Квадратичная функция, содержащая знак модуля. Решение уравнений с параметром вида  $f(x)=c$
9. Тренинг по решению задач.
10. Зачет по теме.

### **Модуль 3. Дробно-линейная и дробно- рациональные функции**

1. Дробно линейная функция. Выделение целой и дробной части. Деление многочлена на многочлен «уголком». Область определения и область значений функции. Преобразование графиков (сдвиг, растяжение, отражение). Горизонтальная и вертикальная асимптота.
2. Дробно – рациональная функция. Выделение целой и дробной части. Деление многочлена на многочлен «уголком». Горизонтальная вертикальная и наклонная асимптота. Построение эскизов графиков функций.
3. Тождественные преобразования выражений, содержащих дробно- линейные функции. «Многоэтажные дроби». Приведение дробно- рациональных выражений к каноническому виду.
4. Решение уравнений, содержащих дробно- линейные функции. Пропорции.
5. Решение неравенств, содержащих дробно- линейные функции, метод интервалов. Смена знака функции в точке. Сохранение знака функции в точке.
6. Уравнения, содержащие дробно – линейную функцию, знак модуля и параметр.
7. Тренинг по решению задач.
8. Зачет по теме.

### **Модуль 4. Тригонометрия**

1. Единичная окружность на координатной плоскости. Уравнение окружности. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла. Графики периодических функций. Область определения, область значений, периодичность, четность, нечетность. Значение тригонометрических функций отдельных углов. Формулы приведения.
2. Понятие обратной функции. Примеры обратных функций. Функции, обратные тригонометрическим (область определения, область значения, графики) Решение простейших тригонометрических уравнений. Частные и общие случаи.
3. Понятие «тождество, тождественное преобразование. Основные тригонометрические тождества. Решение тригонометрических уравнений, сводимых к простейшим с помощью замены переменной или тождественных преобразований.
4. Тригонометрические формулы суммы и разности углов, двойных, тройных и половинных углов для синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Тождественные преобразования выражений и решение уравнений с помощью данных формул.
5. Формулы суммы и разности тригонометрических функций. Тождественные преобразования выражений и решение уравнений с помощью данных формул.
6. Отдельные приемы решений тригонометрических уравнений (сведение к квадратному уравнению через замену переменной, однородные уравнения, разложение на множители, метод вспомогательного угла).
7. Использование свойств ограниченности синуса и косинуса при решении тригонометрических уравнений.
8. Тригонометрические неравенства.
9. Сложные тригонометрические функции, например,  $\sin(\cos x)$ . Их свойства и графики.

10. Использование прямоугольного треугольника для нахождения значений  $\sin(\operatorname{arctg} a)$ ,  $\cos(\operatorname{arctg} a)$ ,  $\operatorname{tg}(\operatorname{arcsin} a)$  и т.д.
11. Тренинг по решению задач.
12. Зачет по теме.

### **Модуль 5. Показательная функция**

1. Показательная функция. Возрастающая функция. Убывающая функция. Область определения. Область значения. Преобразования графиков.
2. Свойства степеней. Свойства корней. Преобразование выражений.
3. Показательные уравнения. Стандартные приемы решений показательного уравнения.
4. Показательные неравенства.
5. Системы показательных уравнений.
6. Тренинг по решению задач.
7. Зачет по теме.

### **Модуль 6. Логарифмическая функция**

1. Определение логарифма. Основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов.
2. Тождественные преобразования логарифмических выражений.
3. Логарифмическая функция. Область определения, область значений, возрастание и убывание.
4. Логарифмические уравнения. Область определения. Приведение к алгебраическому уравнению.
5. Логарифмические уравнения. Замена в уравнении. Применение операции логарифмирования при решении уравнений.
6. Логарифмические неравенства.
7. Системы логарифмических уравнений.
8. Логарифмические уравнения, содержащие знак модуля.
9. Логарифмические уравнения, содержащие параметр.
10. Логарифмические уравнения, содержащие тригонометрические функции.
11. Тренинг по решению задач.
12. Зачет по теме.

### **Модуль 7. Текстовые задачи**

1. Задачи на проценты.
2. Задачи на смеси.
3. Задачи на движение, приводящие к уравнениям.
4. Задачи на движение, приводящие к системам уравнений.
5. Задачи на работу.
6. Задачи, требующие целочисленного решения.
7. Задачи на арифметическую прогрессию.
8. Задачи на геометрическую прогрессию.
9. Тренинг по решению задач.
10. Зачет по теме.

## **Модуль 8. Тождественные преобразования**

1. Преобразования рациональных выражений.
2. Преобразования иррациональных выражений.
3. Числовые выражения.
4. Преобразования степенных и логарифмических выражений.
5. Преобразования тригонометрических выражений.
6. Тренинг по решению задач.
7. Зачет по теме.

## **Модуль 9. Уравнения и системы уравнений.**

1. Уравнения высших степеней. Теорема Безу. Понижение степени. Схема Горнера.
2. Замена переменной в уравнении, сводимость к квадратному. (уравнения высших степеней, тригонометрические, логарифмические, показательные уравнения)
3. Однородные уравнения (тригонометрические и показательные).
4. Иррациональные уравнения. Полный квадрат под знаком корня.
5. Посторонние корни в уравнении (логарифмические, иррациональные).
6. Уравнения, содержащие различные виды функций (тригонометрические, логарифмические, степенные, показательные).
7. Системы логарифмических и показательных уравнений.
8. Системы тригонометрических уравнений.
9. Уравнения и системы со знаком модуля.
10. Уравнения с параметром.
11. Тренинг по решению задач.
12. Зачет по теме.

## **Модуль 10. Неравенства**

1. Множество решений неравенства. Система неравенств. Совокупность неравенств.
2. Неравенства, сводящиеся к системе неравенств (логарифмические, иррациональные)
3. Неравенства, сводящиеся к совокупности систем неравенств (логарифмические (с переменной в основании), иррациональные, содержащие знак модуля)
4. Тригонометрические неравенства
5. Метод интервалов для неравенств, содержащих различные виды функций.
6. Неравенства с параметрами
7. Неравенства с двумя переменными. Системы неравенств с двумя переменными
8. Тренинг по решению задач

## **Модуль 11. Последовательности**

1. Бесконечные последовательности. Последовательности ограниченные и неограниченные и неограниченные. Предел последовательности.
2. Арифметическая прогрессия

3. Геометрическая последовательность
4. Тренинг по решению задач, зачет

### **Модуль 12. Исследование функций и построение их графиков.**

1. Четные и нечетные функции, периодические функции, асимптоты, ограниченность функции, преобразование графиков функций, построение эскизов графиков функций.
2. Применение производной к исследованию функций и построению их графиков
3. Наибольшее и наименьшее и наименьшее значение функции. Решение задач на нахождение наименьшего и наибольшего значений.
4. Решение уравнений с параметрами с помощью графиков функций.
5. Сложные функции и их свойства. Построение графиков сложных функций.
6. Теоремы о возрастании и убывании сложных функций. Применение теорем при решении задач с параметрами.
7. Тренинг по решению задач.
8. Зачет по теме.

### **Модуль 13. Интеграл**

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Определенный интеграл.
3. Площадь криволинейной трапеции.
4. Применение интегралов к вычислению объемов тел.
5. Применение интеграла при решении задач.
6. Тренинг по решению задач.
7. Зачет по теме.

### **Модуль 14. Векторы и метод координат.**

1. Определения и обозначения. Коллинеарные и компланарные вектора. Линейные операции над векторами.
2. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.
3. Координаты вектора. Действия над векторами, заданными своими координатами. Условия параллельности и перпендикулярности векторов.
4. Расстояние между точками плоскости, или пространства с заданными координатами. Применение метода координат при решении отдельных задач.
5. Тренинг по решению задач.

### **Литература:**

1. Самаров К.Л. Решение рациональных неравенств: Учебно-методическое пособие для подготовки к ЕГЭ и ГИА по математике. – ООО «Резольвента», 2010.
2. Самаров К.Л. Решение тригонометрических уравнений: Учебно-методическое пособие для подготовки к ЕГЭ по математике. – ООО «Резольвента», 2010.
3. Самаров К.Л. Системы уравнений: Учебно-методическое пособие для подготовки к ЕГЭ и ГИА по математике. – ООО «Резольвента», 2010.



4. Самаров К.Л. Уравнения и неравенства с модулями: Учебно-методическое пособие для подготовки к ЕГЭ и ГИА по математике. – ООО «Резольвента», 2010.
5. Самарова С.С. Метод координат на плоскости: Учебно-методическое пособие для подготовки к ЕГЭ о математике. – ООО «Резольвента», 2010.
6. Самарова С.С. Решение логарифмических уравнений: Учебно-методическое пособие для подготовки к ЕГЭ о математике. – ООО «Резольвента», 2010.
7. Самарова С.С. Решение показательных неравенств: Учебно-методическое пособие для подготовки к ЕГЭ по математике. – ООО «Резольвента», 2010.
8. Самарова С.С. Фигуры координатной плоскости, заданные неравенствами: методическое пособие для подготовки к ЕГЭ и ГИА по математике. – ООО «Резольвента», 2010.